Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Théme : Probabilités

Probabilités conditionelles 2

Exercice :

On dispose d'un dé parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et d'une boite contenant trois jetons blancs et deux jetons rouges, tous indiscernables au toucher.

1°) On lance le dé une seule fois et on observe le numéro de la face supérieure de ce dé.

Soit les événements :

E : **« obtenir un numéro supérieur ou égal à 5 »** .

$\overline{E}$: **l'événement contraire de *E*.**

Déterminer la probabilité de chacun des événements *E* et $\overline{E}$.

2°) On lance le dé une seule fois.

- Si l'événement E est réalisé, alors on tire simultanément et au hasard 2 jetons de la boite
- Si l'événement E n'est pas réalisé, alors on tire simultanément et au hasard 3 jetons de la boite

Soit l'événement *A*: **« obtenir un seul jeton blanc »**.

On note : $p(A / E)$ la probabilité de l' événement : *A* sachant que l' événement E est réalisé.

$p(A / \overline{E})$ la probabilité de l' événement : *A* sachant que l' événement $\overline{E}$ est réalisé .

a) Vérifier que $p(A / E)=\frac{3}{5}$ et que $p(A / \overline{E})=\frac{3}{10}$.

b) En déduire la probabilité de l'événement *A*.

c) Soit *D* l'événement **« obtenir 2 jetons rouges »**.

En utilisant un arbre pondéré, calculer la probabilité de *D*.

1°) $E=\{5,6\}$ $\quad \overline{E}=\{1,2,3,4\}$

$p(E)=\frac{Card(E)}{Card(\Omega)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$p(\overline{E})=1-p(E)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

a) $A/E=\{1B,1R\}$ $\quad Card(\Omega)=C_5^2$

$p(A/E)=\frac{C_3^1\times C_2^1}{C_5^2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$A/\overline{E}=\{1B;2R\}$ $\quad Card(\Omega)=C_5^3$

$$p(A/\bar{E}) = \frac{C_3^1 \times C_2^2}{C_5^3} = \frac{3}{10}$$

b) $p(A) = p(A \cap E) + p(A \cap \bar{E})$

$$= p(A/E) \cdot p(E) + p(A/\bar{E}) \cdot p(\bar{E})$$

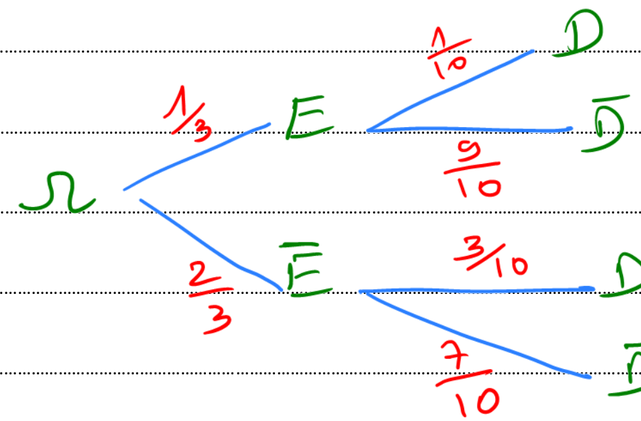
$$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{6}{15}}$$

c) $D/E = \{2R\}$ $\quad p(D/E) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \boxed{\frac{1}{10}}$

$$p(\bar{D}/E) = 1 - p(D/E) = \boxed{\frac{9}{10}}$$

$D/\bar{E} = \{2R, 1B\}$ $\quad p(D/\bar{E}) = \frac{C_2^2 \times C_3^1}{C_5^3} = \boxed{\frac{3}{10}}$

$$p(\bar{D}/\bar{E}) = 1 - p(D/\bar{E}) = \boxed{\frac{7}{10}}$$



$$\boxed{p(D)} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{7}{30}}$$